**2017年北京师范大学硕士研究生招生考试大纲**

**955专业综合一(高等代数85分，空间解析几何65分)**

2016年硕士研究生招生考试大纲

科目编号 955 高等代数（分值：85）适用专业：基础数学、计算数学、概率论与数理统计、应用数学

**一、总体要求**

1．掌握基本的代数运算方法，包括：行列式的计算，矩阵运算（乘法、求秩、判别方阵的可逆性及求逆、求方阵的特征值及特征向量），线性方程组解的判定及求解，多项式运算（带余除法，辗转相除法）.

2. 掌握基本的代数分析技巧，包括：向量的线性相关和线性无关性，向量空间的基与维数，线性方程组解的结构, 线性变换和矩阵的关系，方阵可相似对角化的判定, 对称矩阵与二次型，多项式的整除性及因式分解.

3. 掌握代数的基本几何背景，理解代数与几何的关系，包括：欧氏空间与酉空间，正交变换与正交矩阵, 酉变换与酉矩阵，对称变换与对称矩阵, 实对称矩阵的正交相似对角化，最小二乘解，对偶空间与双线性函数.

**二、考试内容**

第一部分 多项式

1. 数域, 一元多项式的定义和基本运算；
2. 多项式的带余除法，多项式整除性理论；
3. 多项式的最大公因式，辗转相除法；
4. 不可约多项式，多项式的唯一因式分解定理，多项式的重因式；
5. 多项式函数与多项式的根；
6. 代数基本定理，复数域和实数域上多项式；
7. 有理数域和整数环上的多项式，Eisenstein判别法；
8. 多元多项式的概念及字典排列法，对称多项式及其基本定理.

第二部分 行列式

1. 排列、n阶行列式的定义；

2.  n阶行列式的性质和基本计算；

3.  代数余子式、行列式按一行（列）展开；

4.  克莱姆法则；

5.  Laplace定理.

第三部分 线性方程组

1. 线性方程组求解的消元法；
2. 矩阵的秩，用矩阵的初等变换求秩；
3. 线性方程组可解的判别法；
4. 两个多项式的结式和多项式的判别式.

第四部分 矩阵

1.  矩阵的线性运算、乘法及转置；

2.  矩阵可逆的判定条件及性质，用初等变换求可逆矩阵的逆;

3.  矩阵乘积的行列式与秩;

4.  矩阵的分块及其运算技巧.

第五部分 向量空间

1.  向量空间的定义和例子；

2.  向量组的线性相关和线性无关性，向量组的极大无关组；

3.  向量空间的基与维数，过渡矩阵及坐标变换公式；

4.  子空间、子空间的交与和；

5.  向量空间的同构及其性质；

6.  矩阵的行秩和列秩，齐次线性方程组的解空间与基础解系.

第六部分 线性变换

1.  线性映射和线性变换的定义及例子；

2.  线性变换的运算和矩阵的关系；

3.  线性变换的不变子空间及其性质；

4.  方阵的特征值和特征向量；

5.  可以对角化的矩阵；

6.  极小多项式与Cayley-Hamilton定理;

7.  向量空间的准素分解，矩阵的Jordan标准形；

8.  矩阵的有理标准形.

第七部分 欧氏空间和酉空间

1. 向量的内积和欧氏空间的定义；
2. 规范正交基，Schmidt正交化方法；
3. 正交变换与正交矩阵；
4. 对称变换与对称矩阵，实对称矩阵的正交相似对角化；
5. 向量到子空间的距离，最小二乘解；

  6.酉空间与酉变换.

第八部分 二次型

1.  二次型与对称矩阵，矩阵的合同关系；

2.  复数域上的二次型及其典范形；

3.  实数域上的二次型，惯性定律；

4.  正定二次型与正定矩阵，实对称矩阵正定的判定条件.

第九部分 双线性函数

1. 线性函数与对偶空间；
2. 双线性函数及其度量矩阵；
3. 对称双线性函数，反对称双线性函数.

解析几何解析几何

**空间解析几何**

1. **向量代数**

**考试内容**

**向量及其线性运算，向量的内积、外积、混合积、双重外积 。**

**考试要求**

**1、熟练进行向量的线性运算，会用线性运算处理共线、共面问题，掌握定比分点的公式和应用。**

**2、利用内积处理长度、夹角、垂直等有关问题。**

**3、利用外积处理面积、夹角、平行等有关问题。**

**4、利用混合积处理体积、共面等有关问题。**

**二、平面与直线**

**考试内容**

**坐标系与坐标系中的向量运算，空间中的平面方程，空间中的直线方程，平面与直线的有关问题，距离。**

**考试要求**

**1、在直角坐标系和仿射坐标系中熟练进行向量的线性运算，在右手直角坐标系中熟练进行向量的内积、外积、混合积等运算，掌握坐标系中距离、夹角、定比分点等的计算和应用。**

**2、掌握空间中平面的点法式方程、三点式方程、截距式方程，判断两平面的位置关系，会求两平面的夹角。**

**3、掌握空间中直线的点向式方程、两点式方程、参数方程和普通式方程，会求两条直线的夹角。**

**4、会判断平面与直线的位置关系，判断两条直线是否共面。**

**5、会计算点到平面的距离、点到直线的距离、异面直线的距离，会求异面直线的公垂线方程。**

**三、特殊曲面和二次曲面**

**考试内容**

**球面、圆柱面和圆锥面方程，柱面、锥面及旋转面方程，空间曲线和曲面的参数方程，二次曲面，单叶双曲面和双曲抛物面的直纹性。**

**考试要求**

**1、掌握球面、圆柱面和圆锥面方程的求法。**

**2、掌握柱面、锥面及旋转面方程的特点。特别是直母线是坐标轴时柱面的特点、顶点是坐标原点时锥面的特点、旋转轴是坐标轴时旋转面方程的特点。**

**3、知道代表性空间曲线（如直线、圆周、圆柱螺线等）的参数方程，代表性空间曲面（如平面、球面、旋转面等）的参数方程，知道球面坐标、柱面坐标和直角坐标的关系。**

**4、知道各种二次曲面的类型和标准方程，会判断一个二次方程代表哪种类型的二次曲面。**

**5、能写出单叶双曲面和双曲抛物面的直母线方程。**

**四、坐标变换与一般二次曲线（面）的讨论**

**考试内容**

**坐标变换，一般二次曲线方程和二次曲面方程的化简，二次曲线的不变量及类型判别，二次曲线的切线、法线和对称性。**

**考试要求**

**1、理解坐标变换的过渡矩阵的性质，掌握坐标变换公式及其应用。**

**2、掌握用坐标变换化简二次曲线方程和二次曲面方程的一般方法。**

**3、掌握用不变量判断二次曲线类型的方法以及用不变量给出标准方程的方法。**

**4.、会求二次曲线的切线、法线和对称轴、对称中心。**